2ª parte quesito 3: passiamo dai radianti ai gradi $\frac{2\pi}{360} = \frac{r}{g}$ $\quad g = \frac{360}{2\pi} r = 57{,}296\, r$ perciò si ha

$0{,}5$ rad $\equiv 28{,}64°$ $\qquad$ 3 rad $\equiv 171{,}88°$

1 rad $\equiv 57{,}296°$ $\qquad$ $3{,}5$ rad $\equiv 200{,}536°$

$1{,}5$ rad $\equiv 85{,}94°$ $\qquad$ 4 rad $\equiv 229{,}184°$

2 rad $\equiv 114{,}596°$ $\qquad$ $4{,}5$ rad $\equiv 257{,}832°$

$2{,}5$ rad $\equiv 143{,}24°$

Il diagramma del modulo attraversa lo 0dB in $f_c = 8000$ dove la fase vale $\varphi_{(\omega_c)} = -4$ rad $= -229{,}184°$ che è inferiore a $-180°$ quindi il sistema è instabile ad anello chiuso.

Il valore di frequenza 1kHz corrisponde ad un valore di $2\pi f = 6{,}28 \cdot 10^3 \left[\frac{rad}{s}\right]$ quindi bisogna avere il 1° polo non più piccolo di $\omega_1 = 6{,}28 \cdot 10^3 \left[\frac{rad}{s}\right]$.

Dal grafico possiamo ricavare la funzione $W_{(s)}$, vi sono 3 poli, $f_1 = 100$ $f_2 = 1000$ $\quad f_3 = 6000$ e $20 \log_{10} k = 60$ $\quad \log_{10} k = 3$ $\quad k = 10^3$ e pertanto

$$W_{(s)} = \frac{10^3}{\left(\frac{s}{2\pi 100}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 1000}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 6000}+1\right)}$$

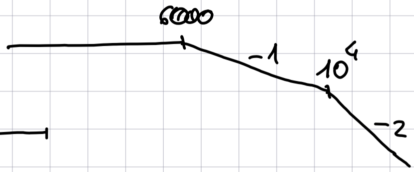
aggiungiamo un controllore $C_{(s)}$ in modo che $W_{1(s)} = C_{(s)} W_{(s)}$ abbia il 1° polo in $\begin{cases} f = 1000 \\ \omega = 2\pi 1000 \end{cases}$, tale polo è vicino a quello già presente in $W_{(s)}$ quindi con una piccola approssimazione possiamo lasciare il polo originario $f = 6000$, togliere i poli in 100 e in 1000, e introdurre un polo in 10^4

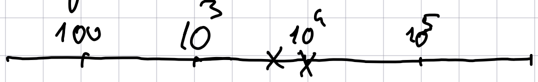
$$C_{(s)} = \frac{\left(\frac{s}{2\pi 100}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 1000}+1\right) C_1}{\left(\frac{s}{2\pi 10^4}+1\right)}$$

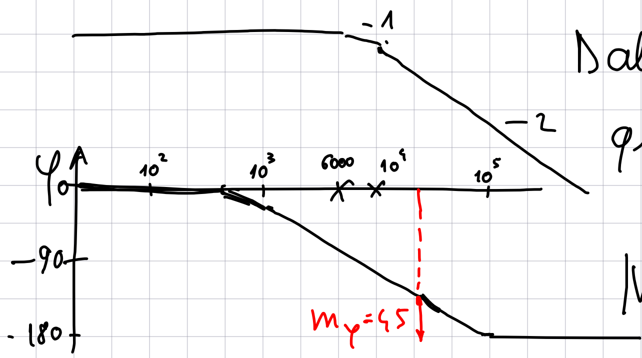
ottenendo

$$W_{1(s)} = \frac{10^3 C_1}{\left(\frac{s}{2\pi 6000}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 10^4}+1\right)}$$

che ha il seguente andamento







Dal grafico si ha $m_\varphi = 45°$ per $f \simeq 2 \cdot 10^4$ quindi il modulo deve valere 0dB per $f = 2 \cdot 10^4$, fissiamo $f_c = 2 \cdot 10^4$

$$|W_{(2\cdot 10^4)}| = \frac{10^3 C_1}{\sqrt{\left(\frac{20000}{6000}\right)^2 + 1}\ \sqrt{\left(\frac{20000}{10000}\right)^2 + 1}} =$$

$$= \frac{10^3 C_1}{3{,}48 \cdot 2{,}23}$$

e imponendo

l'uguaglianza $\frac{10^3}{3{,}48 \cdot 2{,}23} C_1 = 1$ $\quad C_1 = 7{,}76 \cdot 10^{-3}$

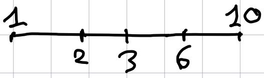
e $W_{1(s)}$ diventa:

$$W_{1(s)} = \frac{7{,}76}{\left(\frac{s}{2\pi 6000}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 10^5}+1\right)}$$

verifichiamo il margine di fase

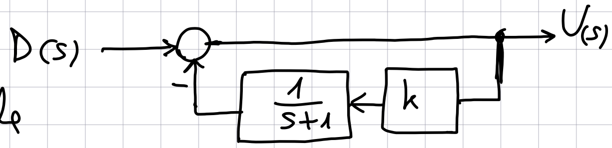
$\angle W_1(2\pi \cdot 2 \cdot 10^4) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{20}{6}\right) - \operatorname{arctg}(2) = -73{,}3 - 63{,}4 = -136{,}7°$ e il margine di fase vale $m_\varphi = |180 - 136{,}7| = \underbrace{43{,}26°}_{m_\varphi}$

Nota: nella scala logaritmica:



Parte 2 quesito 4) Secondo il principio di sovrapposizione degli effetti possiamo prendere in considerazione solo il disturbo

lo schema diventa



l'ingresso è sinusoidale

pertanto $|U_{(j\omega)}| = |D_{(j\omega)}||A_{V(j\omega)}|$ dove $A_{V(j\omega)}$ è la f.d.t del sistema retroazionato

$$A_{V(s)} = \frac{1}{1+\frac{k}{s+1}} = \frac{s+1}{s+1+k}$$

un vincolo da rispettare è la stabilità, il polo vale

$s+1+k=0 \quad S_0 = -(1+k)$ pertanto si deve avere $1+k>0$ $\quad \underbrace{k>-1}_{1° \text{ vincolo}}$

L'altro vincolo è la richiesta dell'attenuazione di 14 dB quando $\omega = 1 \left[\frac{rad}{s}\right]$

$A_{V(j\omega)} = \frac{j\omega+1}{j\omega+(1+k)}$ e in dB: $20\log_{10}|A_{V(1)}| = -14$ $\quad |A_{V(1)}| = 10^{-\frac{14}{20}} = 0{,}2$

quindi $\frac{\sqrt{1+1}}{\sqrt{1+(1+k)^2}} \le 0{,}2$ $\quad 0{,}2\sqrt{1+1+k^2+2k} \ge \sqrt{2}$ $\quad \sqrt{k^2+2k+2} \ge 7{,}07$

$k^2+2k+2 \ge 49{,}98$ $\quad k^2+2k-47{,}98 \ge 0$ è una parabola

Troviamo k_1 e k_2: $k_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+191{,}92}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} = -1 \pm 7 = \begin{cases} k_1 = -8 \\ k_2 = 6 \end{cases}$

quindi deve essere $\underbrace{(k<8) \cup (k>6)}_{2° \text{ vincolo}}$ quindi i valori di k che rispettano i due vincoli sono $k \in \mathbb{R} \mid \underline{k>6}$